

一类伴有不匹配未知干扰的线性系统的故障检测

韩 冬¹, 艾 红¹, 魏 玲²

(1.北京信息科技大学 自动化学院,北京 100012;2.清华大学 电机工程与应用电子技术系,北京 100092)

摘 要:针对伴有不匹配未知干扰的线性时不变系统,本文将降维观测器的设计方法和未知干扰建模技术相结合,设计出对未知干扰解耦的故障检测观测器.首先,将部分匹配未知干扰从未知干扰中分离出来,剩余的外部干扰部分即为不匹配未知干扰;然后,依据先验知识对不匹配未知干扰代数建模,构建增广系统,使得秩条件得以满足;最后,针对增广系统设计故障检测观测器,使得残差对未知干扰鲁棒,对故障敏感.通过对一个机器人子系统实例进行仿真,仿真结果表明本文所提出的方法是有效的.

关键词:故障检测;不匹配未知干扰;代数建模;降维观测器

中图分类号:TP13 **文献标志码:**A

Fault detection for linear systems with mismatched unknown inputs

HAN Dong¹, AI Hong¹, WEI Ling²

(1.School of Automation, Beijing Information Science & Technology University, Beijing 100012, China;
2. Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100092, China)

Abstract: For linear time-invariant systems with mismatched unknown inputs, we present an approach to design Fault Detection Observer(FDO) through using the unknown disturbances modelling technique. The unknown disturbances may be decomposed into matched unknown disturbances and mismatched unknown disturbances. Under the assumption that mismatched unknown disturbances can be viewed as a fictitious autonomous dynamical system, an augmented system is obtained by combining the original system model with unknown disturbances model such that the rank condition is satisfied. Then a reduced-order FDO is constructed and the residual is generated which is robust to unknown disturbances while being sensitive to the faults. The proposed method is simulated to an example of a robot sub-system and the stimulation results demonstrate its effectiveness.

Keywords: fault detection; mismatched unknown disturbances; algebraic modelling; reduced-order observer

众所周知,基于数学模型的故障检测的关键在于设计出能有效指示故障的残差.如何生成残差,已经有很多方法问世^[1-9],其中,基于观测器生成残差的方法得到了广泛的应用^[2-4,9].在实际应用中,系统

收稿日期:2018-03-13

基金项目:北京市自然科学基金(4162025);北京信息科技大学校科研基金(1825017)

Foundation items: Beijing Natural Science Foundation (4162025); Beijing Information Science & Technology University Science and Technology Foundation(1825017)

第一作者:韩冬(1975—),男,江苏淮阴人,讲师,博士.研究方向为未知输入观测器设计.email: handong2007@163.com.

引用格式:韩冬,艾红,魏玲.一类伴有不匹配未知干扰的线性系统的故障检测[J].北京交通大学学报,2018,42(5):61-66.
HAN Dong, AI Hong, WEI Ling. Fault detection for linear systems with mismatched unknown inputs [J]. Journal of Beijing Jiaotong University, 2018, 42(5): 61-66. (in Chinese)

不可避免地受到未知干扰的影响,若使用观测器进行故障检测,观测器必须对未知干扰具有鲁棒性,否则,无法区分故障和未知干扰对系统的影响,从而产生误报警.文献[3-4,9]分别给出了故障检测观测器设计方法,这些观测器既对未知干扰鲁棒,同时对故障敏感.但其中所给出的故障检测观测器方法,依赖于两个约束性很强的条件:一是系统的不变零点必须位于复平面的左半开平面,二是满足输出矩阵和未知干扰矩阵之间的秩条件.

为了打破这两个条件的限制,在其中一个条件不满足或者两个条件皆不满足的情况下也可以设计出观测器,控制界学者做了很多努力.到目前为止,针对秩条件,文献[10]通过使用辅助输出的估计值取代实际输出值,使得在某些情况下,即使秩条件不满足也可以设计观测器;文献[11]在设计观测器的时候,嵌入了 H_2 、 H_∞ 和混合 H_2/H_∞ 技术,减少了不匹配未知干扰对残差的影响,削弱了秩条件的限制;文献[12-14]则引入代数建模技术,将不匹配未知干扰部分表述为动态系统的响应,使得秩条件得以满足.

针对不满足秩条件的系统^[12],本文作者提出了一种基于代数建模的降维故障检测观测器的设计方法.首先,将未知干扰分解,一部分为匹配未知干扰,这部分是满足秩条件的;另一部分为不匹配未知干扰,可以建模为动态系统的响应.构建一个由不匹配未知干扰建模系统和原系统构成的增广系统,然后设计一种不受外部干扰影响的故障检测观测器.一旦执行器发生故障,通过分析残差,就可以检测到故障.相比于文献[12],本文的贡献在于,由输出直接获取部分状态的真实值,简化了故障检测观测器的设计过程.

1 系统描述

考虑以下线性时不变系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fm + Dd \\ y = Cx \end{cases} \tag{1}$$

式中: $x \in \mathbb{R}^n$ 为系统状态; $y \in \mathbb{R}^p$ 为输出; $u \in \mathbb{R}^m$ 为可控输入; $m \in \mathbb{R}^q$ 为执行器故障; $d \in \mathbb{R}^q$ 为外部未知干扰. $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $F \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $D \in \mathbb{R}^{n \times q}$, $C \in \mathbb{R}^{p \times n}$ 为常矩阵,通常假设 $\text{rank}(D) = q$, $\text{rank}(C) = p$, $q \leq p \leq n$.

假设 1: 系统 $\{A, C, D\}$ 的不变零点位于复平面的左半开平面.

假设 2: $\text{rank}(D) \neq \text{rank}(CD)$.

注 1: 当 $\text{rank}(D) = \text{rank}(CD)$ 时,称系统满足

秩条件.

从以下引理可以看出,假设 1 和假设 2(秩条件)等价于一个矩阵方程组.

引理 1^[15]: 当假设 1 和秩条件 $\text{rank}(D) = \text{rank}(CD)$ 同时成立时,对某特定阵 $Q \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$,总存在 $L \in \mathbb{R}^{n \times p}$, $F \in \mathbb{R}^{q \times p}$ 以及 $P \in \mathbb{R}^{n \times n} > 0$,使得下式成立.

$$\begin{cases} (A - LC)^T P + P(A - LC) = -Q \\ D^T P = FC \end{cases} \tag{2}$$

2 故障检测观测器设计

设计的故障检测观测器需要满足以下两点:1)即使外部干扰 d 不满足秩条件,当故障发生时,依然能检测出故障;2)无故障发生时,也不会因为外部干扰的影响而发生误报警的现象.为此,假设 d 可以分解成匹配外部干扰和不匹配外部干扰两部分.不失一般性,外部干扰矩阵 D 可分解成 D_1 和 D_2 ,外部干扰 d 分解成 d_1 和 d_2 , $D = [D_1 \ D_2]$, $d = [d_1, d_2]$, 其中, $d_1 \in \mathbb{R}^{q_1}$ 为匹配外部干扰,且 $\text{rank}(D_1) = \text{rank}(CD_1) = q_1$, d_2 为不匹配外部干扰.

系统式(1)可以描述为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fm + D_1 d_1 + D_2 d_2 \\ y = Cx \end{cases} \tag{3}$$

假设 3: 不匹配未知干扰 d_2 可以表述为特定动态系统的响应.

2.1 不匹配未知输入 d_2 建模

在实际应用中,当观测器设计者对未知干扰的性质有一定了解并积累一些先验知识时,未知干扰并非未知.例如,大部分情况下,对观测器设计者来说,很容易判断未知干扰是阶跃信号,斜坡信号,或是正弦信号等.采用文献[14]中未知输入建模方法对 d_2 进行建模.基于假设 3,通过选择合适的 δ_i 阶动态系统,可认为 d_2 由该动态系统产生,有

$$\begin{cases} \dot{z}_{2i} = E_{2i} z_{2i} \\ d_{2i} = H_{2i} z_{2i} \end{cases}, i = 1, 2, \dots, q - q_1 \tag{4}$$

式中: d_{2i} 为 d_2 的第 i 个分量, $E_{2i} \in \mathbb{R}^{\delta_i \times \delta_i}$, $H_{2i} \in \mathbb{R}^{1 \times \delta_i}$.通过选择合适的矩阵 E_{2i} 和 H_{2i} ,式(4)可以表示各种类型的未知干扰.因此,将式(4)表示的每个未知干扰的模型排列为对角型,得

$$\begin{cases} \dot{z}_2 = E_2 z_2 \\ d_2 = H_2 z_2 \end{cases} \tag{5}$$

式中: $E_2 = \begin{bmatrix} E_{21} & & \\ & \ddots & \\ & & E_{2(q-q_1)} \end{bmatrix}$,

$$\mathbf{H}_2 = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{21} & & \\ & \ddots & \\ & & \mathbf{H}_{2(q-q_1)} \end{bmatrix}, \text{ 且 } \delta = \sum_{i=1}^{q-q_1} \delta_i.$$

由式(3)和式(5)可得

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_a \mathbf{u} + \mathbf{F}_a \mathbf{m} + \mathbf{D}_a \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{y} = \mathbf{C}_a \mathbf{x}_a \end{cases} \quad (6)$$

式中: $\mathbf{x}_a = [\mathbf{x} \quad \mathbf{z}_2]^\top \in \mathbf{R}^{n+\delta}$; $\mathbf{A}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{D}_2 \mathbf{H}_2 \\ 0 & \mathbf{E}_2 \end{bmatrix} \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times (n+\delta)}$; $\mathbf{B}_a = [\mathbf{B} \quad 0]^\top \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times m}$; $\mathbf{F}_a = [\mathbf{F} \quad 0]^\top \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times q}$; $\mathbf{D}_a = [\mathbf{D}_1 \quad 0]^\top \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times q_1}$; $\mathbf{C}_a = [\mathbf{C} \quad 0] \in \mathbf{R}^{p \times (n+\delta)}$.

不难验证增广系统式(6)满足 $\text{rank}(\mathbf{D}_a) = \text{rank}(\mathbf{C}_a \mathbf{D}_a) = q_1$, 所以, 式(6)满足秩条件.

引理 2^[12]: 系统 $\{\mathbf{A}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$ 和 $\{\mathbf{A}_a, \mathbf{C}_a, \mathbf{D}_a\}$ 具有相同的不变零点.

由引理 2 可知, 增广系统 $\{\mathbf{A}_a, \mathbf{C}_a, \mathbf{D}_a\}$ 的不变零点与系统 $\{\mathbf{A}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$ 一样, 依然位于复平面的左半开平面, 再由引理 1, 可得

$$\begin{cases} (\mathbf{A}_a - \mathbf{L} \mathbf{C}_a)^\top \mathbf{P} + \mathbf{P} (\mathbf{A}_a - \mathbf{L} \mathbf{C}_a) = -2\mathbf{Q} \\ \mathbf{D}_a^\top \mathbf{P} = \mathbf{G} \mathbf{C}_a \end{cases} \quad (7)$$

定理 1: 对某特定矩阵 $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times (n+\delta)} > 0$, 总存在 $\mathbf{L} \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times p}$, $\mathbf{G} \in \mathbf{R}^{q \times p}$ 以及 $\mathbf{P} \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times (n+\delta)} > 0$, 使得式(7)成立.

2.2 故障检测观测器

通过史密斯正交变换, 存在可逆阵 $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{p \times p}$, 使得 $\mathbf{C}_a = \mathbf{S} \hat{\mathbf{C}}_a$, 其中 $\hat{\mathbf{C}}_a \in \mathbf{R}^{p \times (n+\delta)}$, 且 $\hat{\mathbf{C}}_a \hat{\mathbf{C}}_a^\top = \mathbf{I}_p$. 则式(6)可写为

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{A}_a \mathbf{x}_a + \mathbf{B}_a \mathbf{u} + \mathbf{F}_a \mathbf{m} + \mathbf{D}_a \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{y} = \mathbf{S} \hat{\mathbf{C}}_a \mathbf{x}_a \end{cases} \quad (8)$$

将 $\hat{\mathbf{C}}_a$ 扩展为 $(n+\delta) \times (n+\delta)$ 正交阵 $\mathbf{W} = [\hat{\mathbf{C}}_a \quad \mathbf{M}]^\top$, 其中, $\mathbf{M} \in \mathbf{R}^{(n+\delta-p) \times (n+\delta)}$. 通过等价变换 $\bar{\mathbf{x}}_a = \mathbf{W} \mathbf{x}_a$, 式(8)转换为

$$\begin{cases} \dot{\bar{\mathbf{x}}}_a = \bar{\mathbf{A}}_a \bar{\mathbf{x}}_a + \bar{\mathbf{B}}_a \mathbf{u} + \bar{\mathbf{F}}_a \mathbf{m} + \bar{\mathbf{D}}_a \mathbf{d}_1 \\ \mathbf{y} = \bar{\mathbf{C}}_a \bar{\mathbf{x}}_a \end{cases} \quad (9)$$

其中: $\bar{\mathbf{x}}_a = [\bar{\mathbf{x}}_1 \quad \bar{\mathbf{x}}_2]^\top$, $\bar{\mathbf{x}}_1 \in \mathbf{R}^p$,

$$\bar{\mathbf{A}}_a = \mathbf{W} \mathbf{A}_a \mathbf{W}^\top = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{A}}_{11} & \bar{\mathbf{A}}_{12} \\ \bar{\mathbf{A}}_{21} & \bar{\mathbf{A}}_{22} \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{A}}_{11} \in \mathbf{R}^{p \times p},$$

$$\bar{\mathbf{B}}_a = \mathbf{W} \mathbf{B}_a = [\bar{\mathbf{B}}_1 \quad \bar{\mathbf{B}}_2]^\top, \bar{\mathbf{B}}_1 \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times m},$$

$$\bar{\mathbf{F}}_a = \mathbf{W} \mathbf{F}_a = [\bar{\mathbf{F}}_1 \quad \bar{\mathbf{F}}_2]^\top, \bar{\mathbf{F}}_1 \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times q},$$

$$\bar{\mathbf{D}}_a = \mathbf{W} \mathbf{D}_a = [\bar{\mathbf{D}}_1 \quad \bar{\mathbf{D}}_2]^\top, \bar{\mathbf{D}}_1 \in \mathbf{R}^{(n+\delta) \times l_1},$$

$$\bar{\mathbf{C}}_a = \mathbf{S} \hat{\mathbf{C}}_a \mathbf{W}^\top = \mathbf{S} [\mathbf{I}_p \quad 0].$$

令 $\bar{\mathbf{Q}} = \mathbf{W} \mathbf{Q} \mathbf{W}^\top$, $\bar{\mathbf{L}} = \mathbf{W} \mathbf{L}$, $\bar{\mathbf{P}} = \mathbf{W} \mathbf{P} \mathbf{W}^\top$ 和 $\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{G}$, 式(7)可变形为

$$\begin{cases} (\bar{\mathbf{A}}_a - \bar{\mathbf{L}} \bar{\mathbf{C}}_a)^\top \bar{\mathbf{P}} + \bar{\mathbf{P}} (\bar{\mathbf{A}}_a - \bar{\mathbf{L}} \bar{\mathbf{C}}_a) = -2\bar{\mathbf{Q}} \\ \bar{\mathbf{D}}_a^\top \bar{\mathbf{P}} = \bar{\mathbf{G}} \bar{\mathbf{C}}_a \end{cases} \quad (10)$$

其中, $\bar{\mathbf{D}}_a = \mathbf{W} \mathbf{D}_a$, $\bar{\mathbf{C}}_a = \mathbf{C}_a \mathbf{W}^\top$. $\bar{\mathbf{P}}$ 和 $\bar{\mathbf{Q}}$ 可分块为 $\bar{\mathbf{P}} =$

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_1 & \bar{\mathbf{P}}_2 \\ \bar{\mathbf{P}}_2^\top & \bar{\mathbf{P}}_3 \end{bmatrix} \text{ 和 } \bar{\mathbf{Q}} = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{Q}}_1 & \bar{\mathbf{Q}}_2 \\ \bar{\mathbf{Q}}_2^\top & \bar{\mathbf{Q}}_3 \end{bmatrix}, \bar{\mathbf{P}}_1 \in \mathbf{R}^{p \times p}, \bar{\mathbf{Q}}_1 \in \mathbf{R}^{p \times p}.$$

记 $\bar{\mathbf{K}} = \bar{\mathbf{P}}_3^{-1} \bar{\mathbf{P}}_2^\top \in \mathbf{R}^{(n+\delta-p) \times p}$.

由式(10)的第 2 个方程, 可得

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{P}}_1 & \bar{\mathbf{P}}_2 \\ \bar{\mathbf{P}}_2^\top & \bar{\mathbf{P}}_3 \end{bmatrix} \bar{\mathbf{D}}_a = \bar{\mathbf{C}}_a^\top \bar{\mathbf{G}}^\top = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \mathbf{S}^\top \bar{\mathbf{G}}^\top \quad (11)$$

显然有 $[\bar{\mathbf{P}}_2^\top \quad \bar{\mathbf{P}}_3] \bar{\mathbf{D}}_a = \mathbf{0}$, 等式两边左乘 $\bar{\mathbf{P}}_3^{-1}$,

得 $[\bar{\mathbf{K}} \quad \mathbf{I}_{n+\delta-p}] \bar{\mathbf{D}}_a = \mathbf{0}$.

通过等价变换 $\mathbf{z} = \mathbf{T} \bar{\mathbf{x}}_a$, 其中, $\mathbf{z} = [\mathbf{z}_1 \quad \mathbf{z}_2]^\top$, 且 $\mathbf{z}_1 \in \mathbf{R}^p$, $\mathbf{z}_2 \in \mathbf{R}^{(n+\delta)-p}$,

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_p & \mathbf{0} \\ \bar{\mathbf{K}} & \mathbf{I}_{(n+\delta)-p} \end{bmatrix}. \text{ 则系统式(9)变换为}$$

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{z}}_2 = (\bar{\mathbf{A}}_{22} + \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{A}}_{12}) \mathbf{z}_2 + [\bar{\mathbf{K}} (\bar{\mathbf{A}}_{11} - \bar{\mathbf{A}}_{12} \bar{\mathbf{K}}) + \bar{\mathbf{A}}_{21} - \bar{\mathbf{A}}_{22} \bar{\mathbf{K}}] \mathbf{S}^{-1} \mathbf{y} + [\bar{\mathbf{K}} \quad \mathbf{I}_{n+\delta-p}] (\bar{\mathbf{B}}_a \mathbf{u} + \bar{\mathbf{F}}_a \mathbf{m}) \\ \mathbf{y} = \mathbf{S} \mathbf{z}_1 \end{cases} \quad (12)$$

定理 2: 基于假设 1~3, 可以构建故障检测观测器如下

$$\begin{cases} \dot{\hat{\mathbf{z}}}_2 = (\bar{\mathbf{A}}_{22} + \bar{\mathbf{K}} \bar{\mathbf{A}}_{12}) \hat{\mathbf{z}}_2 + [\bar{\mathbf{K}} (\bar{\mathbf{A}}_{11} - \bar{\mathbf{A}}_{12} \bar{\mathbf{K}}) + \bar{\mathbf{A}}_{21} - \bar{\mathbf{A}}_{22} \bar{\mathbf{K}}] \mathbf{S}^{-1} \mathbf{y} + [\bar{\mathbf{K}} \quad \mathbf{I}_{n+\delta-p}] \bar{\mathbf{B}}_a \mathbf{u} \\ \hat{\mathbf{x}}_a = \mathbf{W}^\top [\mathbf{S}^{-1} \mathbf{y} \quad \hat{\mathbf{z}}_2 - \bar{\mathbf{K}} \mathbf{S}^{-1} \mathbf{y}]^\top \\ \hat{\mathbf{x}} = [\mathbf{I}_n \quad \mathbf{0}_{n \times \delta}] \hat{\mathbf{x}}_a \end{cases} \quad (13)$$

1) 当 $\mathbf{m} = \mathbf{0}$ 时, 故障检测观测器(13)可以渐近

跟踪系统式(1)的状态;当 $m \neq 0$ 时,若

$[\bar{K} \quad I_{n+\delta-p}] \bar{F}_a \neq 0$,故障检测观测器式(13)可以检测出系统式(1)所发生的故障.

证明:由式(12)和式(13)可得观测器动态误差

$$\begin{cases} \dot{\tilde{z}}_2 = (\bar{A}_{22} + \bar{K}\bar{A}_{12}) \tilde{z}_2 + [\bar{K} \quad I_{n+\delta-p}] \bar{F}_a m \\ \tilde{z}_2 = z_2 - \hat{z}_2 \end{cases} \quad (14)$$

因为 $\bar{C}_a = [S \quad 0]$,式(11)的第 1 个方程可分解为

$$\begin{bmatrix} * & * \\ * & (\bar{A}_{22} + \bar{K}\bar{A}_{12})^T \bar{P}_3 + \bar{P}_3 (\bar{A}_{22} + \bar{K}\bar{A}_{12}) \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} \bar{Q}_1 & \bar{Q}_2 \\ \bar{Q}_2^T & \bar{Q}_3 \end{bmatrix} \quad (15)$$

式中,*表示矩阵中未具体标明之行/列块.所以有

$$(\bar{A}_{22} + \bar{K}\bar{A}_{12})^T \bar{P}_3 + \bar{P}_3 (\bar{A}_{22} + \bar{K}\bar{A}_{12}) = -2\bar{Q}_3 \quad (16)$$

当 $m=0$ 时,由式(14)得

$$\dot{\tilde{z}}_2 = (\bar{A}_{22} + \bar{K}\bar{A}_{12}) \tilde{z}_2 \quad (17)$$

因为 \bar{P} 和 \bar{Q} 分别由正定阵 P 和 Q 变换而得,所以 \bar{P} 和 \bar{Q} 亦为正定阵.又因为 \bar{P}_3 和 \bar{Q}_3 均为 \bar{P} 和 \bar{Q} 对角线上的分块子阵,所以 $\bar{P}_3 > 0$ 和 $\bar{Q}_3 > 0$.从而可知,式(16)是 Lyapunov 方程,故 $\bar{A}_{22} + \bar{K}\bar{A}_{12}$ 是渐近稳定的,所以有 $\lim_{t \rightarrow \infty} \tilde{z}_2 = 0$.

从而给出增广系统式(6)的状态观测值为

$$\begin{aligned} \hat{x}_a &= W^T \hat{x}_a = W^T \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ \bar{K} & I_{n+\delta-p} \end{bmatrix}^{-1} \hat{z} = \\ W^T \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ -\bar{K} & I_{n+\delta-p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S^{-1}y \\ \hat{z}_2 \end{bmatrix} &= W^T \begin{bmatrix} S^{-1}y \\ \hat{z}_2 - \bar{K}S^{-1}y \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

原系统式(1)的状态观测值是增广系统式(6)的状态观测值的子集,且 $\hat{x} = [I_n \quad 0_{n \times \delta}] \hat{x}_a$.

当 $m \neq 0$ 时,从式(14)可以看出,故障检测观测器式(13)对未知干扰具有鲁棒性,此外,若

$[\bar{K} \quad I_{n+\delta-p}] \bar{F}_a \neq 0$ 成立,则故障检测观测器式(13)对故障敏感.

3 仿真实例

将本文提出的故障检测观测器设计方法应用于一个机器人子系统^[11]的故障检测,系统模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fm + \Phi(x) + \Delta\xi \\ y = Cx \end{cases} \quad (18)$$

式中: m 为执行器故障; $\Phi(x)$ 为非线性项; ξ 为系统不确定项,且

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -48.6 & -1.25 & 48.6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1.95 & 0 & -1.95 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = F = [0 \quad 21.6 \quad 0 \quad 0]^T,$$

$$\Phi(x) = [0 \quad 0 \quad 0 \quad -3.333\sin(x_3)]^T,$$

$$\Delta = [1 \quad 0 \quad 1 \quad 1]^T,$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

因为 $\Phi(x)$ 可以表示为 $\Phi(x) = Ev$,其中, $E = [0 \quad 0 \quad 0 \quad -0.333]^T$, $v = \sin(x_3)$.则系统方程可以重写为

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + Fm + Dd \\ y = Cx \end{cases} \quad (19)$$

其中, $D = [\Delta \quad E]$, $d = [\xi \quad v]^T$.

易验 $\text{rank}(CD) \neq \text{rank}(D)$.因为 $\text{rank}(CA) = \text{rank}(\Delta) = 1$, $CE = 0$,所以取 $d_1 = \xi$, $D_1 = \Delta$, $d_2 = v$, $D_2 = E$,从而有 $\text{rank}(CD_1) = \text{rank}(D_1) = 1$.根据先验知识可知 d_2 为正弦信号,由文献[16]可得

$$E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -(2\pi)^2 & 0 \end{bmatrix}, H_2 = [1 \quad 0].$$

使用 LMI 工具箱,可得

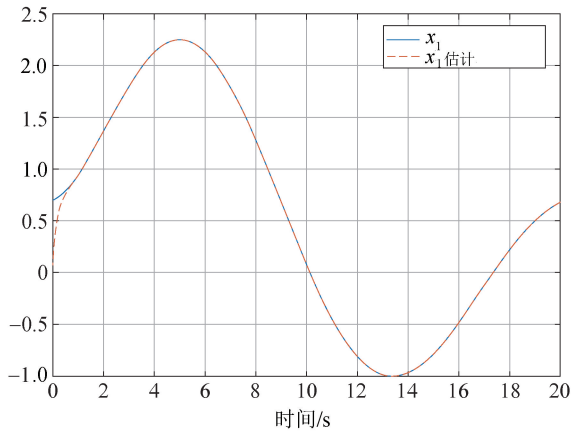
$$L_a = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T,$$

$$G_a = 10^8 \times [1 \quad -0.01 \quad 1.5].$$

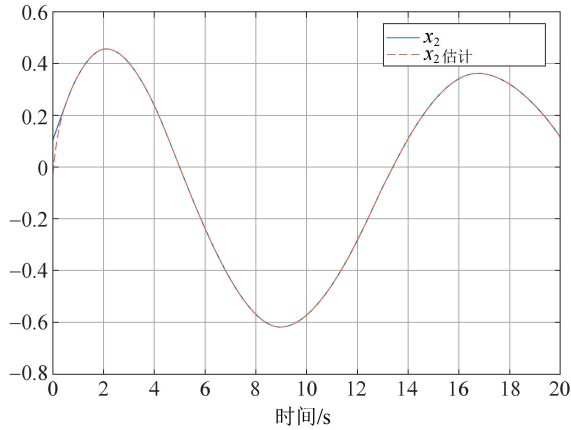
增广系统的状态和降维检测观测器的状态初始值分别设为 $x(0) = [0.7 \quad 0.1 \quad 0.3 \quad 0.1]^T$, $\hat{x}_a(0) = [0.01 \quad -0.03 \quad 0.01 \quad -0.02 \quad 0.01]^T$.系统不确定性为 $\xi = 0.25 \times \sin(6\pi t)$.

1)当系统无故障发生 $m=0$ 时,系统的状态观测值及残差值如图 1(a)(b)(c)(d)(e)所示.从仿真结果可以看出,当系统无故障发生时,本文所提出的降维故障检测观测器可以很好的跟踪原系统的状态.

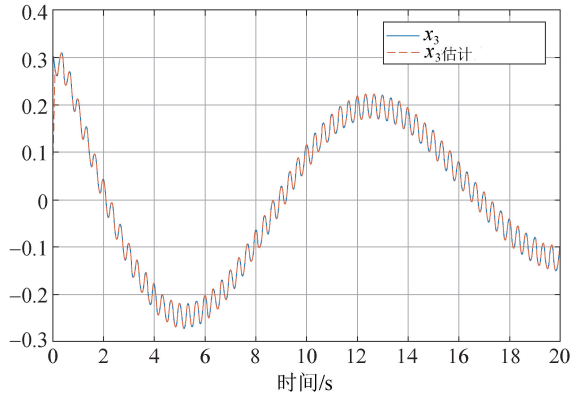
2)当系统发生故障 $m = 1.2 + 0.8\sin 6\pi t$ 时,5 s $\leq t \leq 7$ s,残差值如图 2 所示,可见本文所提出的降维故障检测观测器可以很好地检测故障的发生.



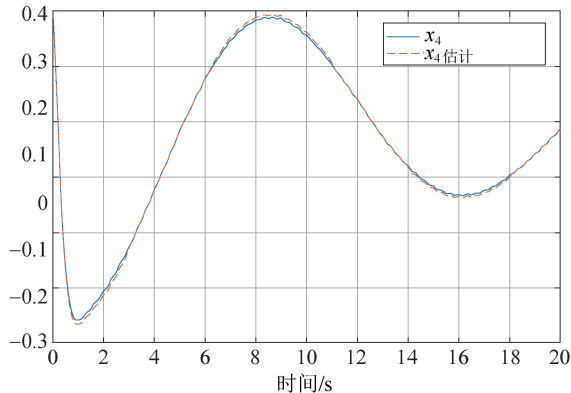
(a) x_1 及其估计



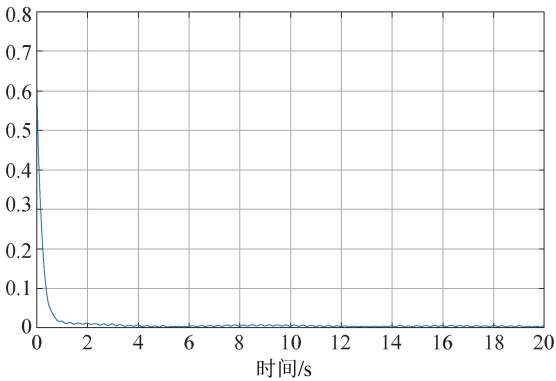
(b) x_2 及其估计



(c) x_3 及其估计



(d) x_4 及其估计



(e) 无故障时残差信号

图 1 无故障时状态观测值及残差值

Fig.1 State observation value and its residual in no fault condition

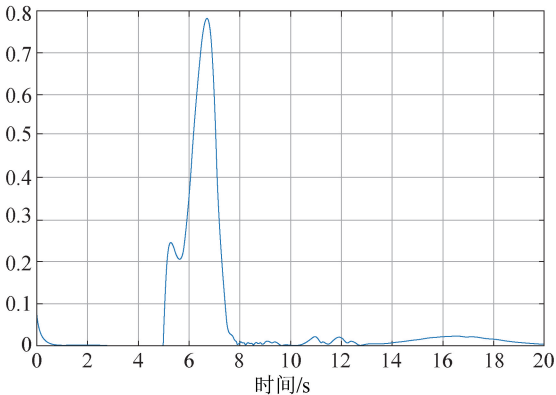


图 2 发生故障时残差信号

Fig.2 Residual when fault occurs

4 结论

本文针对伴有不匹配未知干扰的线性时不变系统,给出了一种对未知干扰解耦的故障检测观测器设计方法.通过将观测器设计方法和未知干扰建模相结合,放宽了秩条件的限制,扩大了故障检测观测器的应用范围.并针对一个机器人子系统模型仿真,仿真结果验证了本文所给出的故障检测观测器设计方法的有效性.

参考文献(References):

[1] DING X, FRANK P M. Frequency domain approach and threshold selector for robust model-based fault detection and isolation[J]. IFAC Proceedings Volumes, 1991, 24 (6):271—276.

[2] GERTLER J J. Residual generation in model-based fault detection and isolation[J]. Control Theory &. Advanced Technology, 1993, 9:259—285.

[3] HOU M, MULLER P C. Fault detection and isolation

- observers[J]. *International Journal of Control*, 1994, 60(5):827–846.
- [4] CHEN J, PATTON R. Robust model-based fault diagnosis for dynamical systems [M]. Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [5] AOUAOUDA S, CHADLI M, SHI P, et al. Discrete time H/H^∞ sensor fault detection observer design for nonlinear systems with parameter uncertainty[J]. *International Journal of Robust & Nonlinear Control*, 2015, 25(3):339–361.
- [6] EMAMI K, FERNANDO T, NENER B, et al. A functional observer based fault detection technique for dynamical systems[J]. *Journal of the Franklin Institute*, 2015, 352(5):2113–2128.
- [7] LI H, GAO Y, SHI P, et al. Observer-based fault detection for nonlinear systems with sensor fault and limited communication capacity[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2016, 61(9):2745–2751.
- [8] GAO Z, LIU X, CHEN M. Unknown input observer based robust fault estimation for systems corrupted by partially decoupled disturbances[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2016, 63(4):2537–2547.
- [9] 刘安, 吴智斌, 韩冬. 具有 Lipschitz 非线性系统的航天器故障检测[J]. *飞行器测控学报*, 2017, 36(2):106–111.
- LIU An, WU Zhibing, HAN Dong. Spacecraft fault detection with Lipschitz nonlinear system[J]. *Journal of Spacecraft TT & C Technology*, 2017, 36(2):106–111. (in Chinese)
- [10] 韩冬, 朱芳来, 基于辅助输出的线性系统状态和未知输入同时估计方法[J]. *自动化学报*, 2012, 38(6):932–943.
- HAN Dong, ZHU Fanglai. Simultaneous estimation of states and unknown inputs for linear systems based on auxiliary outputs[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2012, 38(6):932–943. (in Chinese)
- [11] TAN D, PATTON R J, WANG X. A relaxed solution to unknown input observers for state and fault estimation[J]. *IFAC Papersonline*, 2015, 48(21):1048–1053.
- [12] PARK T G. Designing fault detection observers for linear systems with mismatched unknown inputs [J]. *Journal of Process Control*, 2013, 23(8):1185–1196.
- [13] 汤承林, 练岚香, 刘俊. 基于代数方法的一类不确定系统的滑模观测器设计[J]. *电子科技大学学报*, 2012, 38(6):932–943.
- TANG Chenlin, LIAN Lanxiang, LIU Jun. Sliding-mode observers design for uncertain systems based on an algebraic approach[J]. *Journal of University of Electronic Science and Technology of China*, 2012, 38(6):932–943. (in Chinese)
- [14] 韩冬, 刘俊. 采用代数建模方法的自适应观测器设计[J]. *西安交通大学学报*, 2015, 44(6):932–943.
- HAN Dong, LIU Jun. Adaptive observer design based on an algebraic modelling approach[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2015, 44(6):932–943. (in Chinese)
- [15] CORLESS M, TU J. State and input estimation for a class of uncertain systems[J]. *Automatica*, 1998, 34(6):757–764.
- [16] ALBERTOS P, SALA A. Multivariable control systems: an engineering approach [M]. London: Springer, 2004.