

多尺度动态边界逼近分析方法研究及试验验证

田 园¹,陈 明¹,杨万里¹,张 楠²,夏 禾²

(1.交通运输部科学研究院 工程技术与材料研究中心,北京 100029;
2.北京交通大学 土木建筑工程学院,北京 100044)

摘 要:基于动力平衡方程和有限元思想,提出求解局部振动问题的多尺度动态边界逼近分析方法:首先建立较大尺度整体有限元模型并计算,进而针对所关注区域进行细化处理,利用目标区域在较大尺度模型中的动力响应作为边界条件,通过精度递进和反复迭代,最终完成精细模型的动力响应求解.在阐明分析流程和理论推导的基础上,以简支钢梁为例,对所提方法的有效性进行了模型试验验证,并探讨了细化过程中合理单元尺寸比的选取范围.研究表明,该方法精细化计算结果与试验测试结果相吻合,多次逼近分析迭代后结果稳定性较好.在计算成本较小的递进分析中,所提方法可应用于大跨度铁路钢桥整体节点和正交异性钢箱梁等复杂结构体系的局部振动问题.

关键词:多尺度方法;有限元分析;动力响应;模型精度;局部振动

中图分类号:U448.13 **文献标志码:**A

Study on multi-scale dynamic boundary approximation analysis method and experimental verification

TIAN Yuan¹, CHEN Ming¹, YANG Wanli¹, ZHANG Nan², XIA He²

(1. Center of Engineering Technology and Materials Research, China Academy of Transportation Sciences, Beijing 100029, China; 2. School of Civil Engineering, Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China)

Abstract: Based on dynamic equilibrium equation and finite element method, a multi-scale dynamic boundary approximation method is proposed to solve local vibration problems. First, a large-scale full finite element model is established and calculated. Then the area where the refine is needed will be in thinning process. Using the dynamic responses of the target area in large-scale model as the boundary condition, dynamic responses of refined model is solved through progressive precisions and repeated iterations. Taking simple-supported steel beams as the study example, the effectiveness of the proposed method is validated by model tests. And during refinement processes, what is the optimal ratio of element size is discussed. The study demonstrates that the analytical dynamic responses approximately agree with the experimental ones. When the scale of progressive analysis is smaller, this method could be used for local vibration problems in complex structural systems such as orthotropic bridge decks and integral joint in long-span steel railway bridges.

收稿日期:2017-07-14
基金项目:国家重点研发计划(2013CB036203);中央高校基本科研业务费专项资金(2016YJS119)
Foundation items:National Key R&D Plan(2013CB036203); Fundamental Research Funds for the Central Universities(2016YJS119)
第一作者:田园(1988—),男,山东平原人,博士.研究方向为车桥耦合振动分析. email:ytian88@163.com.
引用格式:田园,陈明,杨万里,等.多尺度动态边界逼近分析方法研究及试验验证[J].北京交通大学学报,2018,42(3):59—65.
TIAN Yuan, CHEN Ming, YANG Wanli, et al. Study on multi-scale dynamic boundary approximation analysis method and experimental verification[J].Journal of Beijing Jiaotong University, 2018, 42(3):59—65.(in Chinese)

Keywords: multi-scale method; finite element analysis; dynamic responses; model precision; local vibration

传统的车桥耦合振动分析多关注桥梁整体动力响应指标,通常将钢桥节点板和正交异性钢箱梁等复杂构件简化为板梁单元予以考虑,而大跨度铁路钢桥焊缝众多,构造细节复杂,列车荷载作用频繁,局部动力效应明显.局部振动易使钢桥节点板和正交异性钢箱梁等关键部位产生损伤,引发开裂,最终导致桥梁整体服役功能丧失^[1-3].产生局部振动的工作环境和荷载通常作用于结构整体范围,而构件的损伤开裂又多始于结构细部.因此,跨尺度双向同步分析结构全尺模型和局部精细模型,成为当前土木工程领域的研究热点之一^[4-6].

为平衡计算精度和计算代价之间的关系,利用多尺度方法进行分析是实用有效的措施,各国学者进行了大量研究^[7-10].在以往研究中,采用子模型法,边界条件的选取较为复杂,同时,对于非线性问题,该方法存在误差累计的可能.而应用于结构法的难点在于内部自由度凝聚与坐标转换,同时对整体结构划分需依据较多的工程经验.目前国内外针对多尺度法的研究多针对材料领域^[11-12],而关于结构行为的多尺度模拟相对较少^[13].

综上,针对大跨度钢桥局部复杂结构动力响应问题,本文作者提出了多尺度动态边界逼近分析方法.该方法首先建立结构整体有限元模型并进行动力计算,进而针对所关注的局部结构进行细化,建立局部细化模型.根据动力平衡方程及有限元对应关系,以既有整体模型的动力响应作为局部细化模型的边界条件,求解细化模型的动力响应.若分析结果尚未达到目标精度要求,继续细化关注焦点,重复上述分析过程.所提方法只需在每次逼近过程中对局部进行细化,因此能够在较小的计算规模下通过多次跨尺度迭代达到准确求解复杂结构局部动力响应的目的.在阐明方法的基础上,以简支钢梁模型为例,利用模型试验对所提方法的有效性进行了验证,并讨论了细化过程中合理单元尺寸比的选取准则.

1 多尺度动态边界逼近分析方法

根据结构动力学原理,结构的动力平衡方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}\mathbf{X} = \mathbf{F} \quad (1)$$

式中: \mathbf{M} 、 \mathbf{C} 和 \mathbf{K} 分别为结构的质量、阻尼和刚度矩阵; $\ddot{\mathbf{X}}$ 、 $\dot{\mathbf{X}}$ 和 \mathbf{X} 分别为结构的加速度、速度和位移向量; \mathbf{F} 为作用力向量.

为说明多尺度动态边界逼近分析方法,建立有

限元分析模型,如图 1 所示.首先建立结构较大尺度有限元动力分析模型(图 1(a)),并假定阴影部分为需进一步精确分析的结构局部.

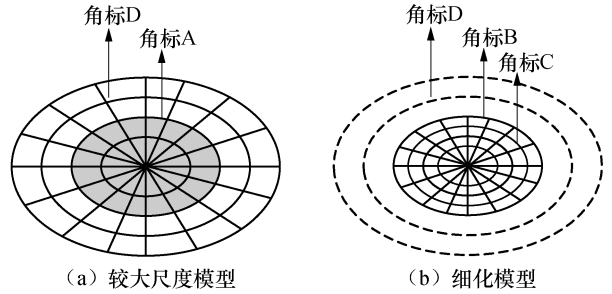


图 1 有限元分析模型

Fig.1 Finite element analysis model

在较大尺度模型中,令需细化部分边界的自由度用角标 A 加注,边界以外其他部分的自由度用角标 D 加注,并进行动力响应求解.对于一般结构设计而言,较大尺度模型已经能够满足结构整体动力分析精度的要求.较大尺度模型的动力平衡方程可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_{AA} & \mathbf{m}_{AD} \\ \mathbf{m}_{DA} & \mathbf{m}_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_A \\ \ddot{\mathbf{x}}_D \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{AA} & \mathbf{c}_{AD} \\ \mathbf{c}_{DA} & \mathbf{c}_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_A \\ \dot{\mathbf{x}}_D \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{AA} & \mathbf{k}_{AD} \\ \mathbf{k}_{DA} & \mathbf{k}_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_A \\ \mathbf{x}_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_A \\ \mathbf{f}_D \end{Bmatrix} \quad (2)$$

由式(2)可得

$$\mathbf{m}_{AA}\ddot{\mathbf{x}}_A + \mathbf{c}_{AA}\dot{\mathbf{x}}_A + \mathbf{k}_{AA}\mathbf{x}_A = \mathbf{f}_A - \mathbf{m}_{AD}\ddot{\mathbf{x}}_D - \mathbf{c}_{AD}\dot{\mathbf{x}}_D - \mathbf{k}_{AD}\mathbf{x}_D \quad (3)$$

通过增加新的节点和单元,建立结构局部细化模型(图 1(b)),细化部分与非细化部分共用的自由度用角标 B 加注,细化部分增加的自由度用角标 C 加注.对比图 1(a)和图 1(b)可知,细化部分增加的自由度仅和细化部分与较大尺度模型共用自由度相关,而非细化部分自由度无关.

细化模型动力平衡方程可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{m}_{BB} & \mathbf{m}_{BC} & \mathbf{m}_{BD} \\ \mathbf{m}_{CB} & \mathbf{m}_{CC} & \mathbf{O} \\ \mathbf{m}_{DB} & \mathbf{O} & \mathbf{m}_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_B \\ \ddot{\mathbf{x}}_C \\ \ddot{\mathbf{x}}_D \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{BB} & \mathbf{c}_{BC} & \mathbf{c}_{BD} \\ \mathbf{c}_{CB} & \mathbf{c}_{CC} & \mathbf{O} \\ \mathbf{c}_{DB} & \mathbf{O} & \mathbf{c}_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{x}}_B \\ \dot{\mathbf{x}}_C \\ \dot{\mathbf{x}}_D \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{BB} & \mathbf{k}_{BC} & \mathbf{k}_{BD} \\ \mathbf{k}_{CB} & \mathbf{k}_{CC} & \mathbf{O} \\ \mathbf{k}_{DB} & \mathbf{O} & \mathbf{k}_{DD} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{x}_B \\ \mathbf{x}_C \\ \mathbf{x}_D \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_A \\ \mathbf{O} \\ \mathbf{f}_D \end{Bmatrix} \quad (4)$$

即

$$\begin{bmatrix} m_{BB} & m_{BC} \\ m_{CB} & m_{CC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_B \\ \ddot{x}_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{BB} & c_{BC} \\ c_{CB} & c_{CC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{x}_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{BB} & k_{BC} \\ k_{CB} & k_{CC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_B \\ x_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_A - m_{BD}\ddot{x}_D - c_{BD}\dot{x}_D - k_{BD}x_D \\ O \end{Bmatrix} \quad (5)$$

根据有限元对应关系,较大尺度模型中自由度 A 和 D 的关系与细化模型中自由度 B 和 D 的关系相同,有

$$m_{BD} = m_{AD}, c_{BD} = c_{AD}, k_{BD} = k_{AD} \quad (6)$$

由式(2)~ 式(6)可得

$$\begin{bmatrix} m_{BB} & m_{BC} \\ m_{CB} & m_{CC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{x}_B \\ \ddot{x}_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{BB} & c_{BC} \\ c_{CB} & c_{CC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x}_B \\ \dot{x}_C \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{BB} & k_{BC} \\ k_{CB} & k_{CC} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_B \\ x_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{AA}\ddot{x}_A + c_{AA}\dot{x}_A + k_{AA}x_A \\ O \end{Bmatrix} \quad (7)$$

由式(7)可知,提取较大尺度模型中阴影部分边界(角标 A 加注)的动力响应值作为边界条件,便可以求得细化模型(角标 B 和 C 加注)中任一节点的动力响应值.继续对关注区域进行细化,不断重复上

述动态逼近过程,直至达到目标精度要求.本方法详细理论推导过程和算例分析见文献[14].

2 试验验证

2.1 验证过程概述

试验选取净长为 1900 mm 简支钢梁,梁宽和梁高分别为 140 mm 和 20 mm,弹性模量和密度分别为 210 GPa 和 7 860 kg/m³.在简支梁上布置 7 个测点,编号为 1#~7#,试验设计示意图如图 2 所示.动力测试设备包括 KD 1500L 压电式加速度传感器、INV 3018A 智能信号采集仪和 DASP 2006 数据采集与分析系统等.

试验验证共选取 5 次有效测试,每次测试采集时间均为 60 s,采样频率为 256 Hz.为了对每个测点的响应进行对比分析,采集过程同时记录所有测点垂向加速度、速度和位移等动力响应时程和激励力时程,其中速度和位移响应时程通过虚拟通道获得.试验现场布置见图 3.测试 1 中钢梁激励力时程(作用力垂直向下为负)和测点 1 的加速度响应时程如图 4 所示.以下分析均以测试 1 为例进行相关逼近分析和试验对比说明.

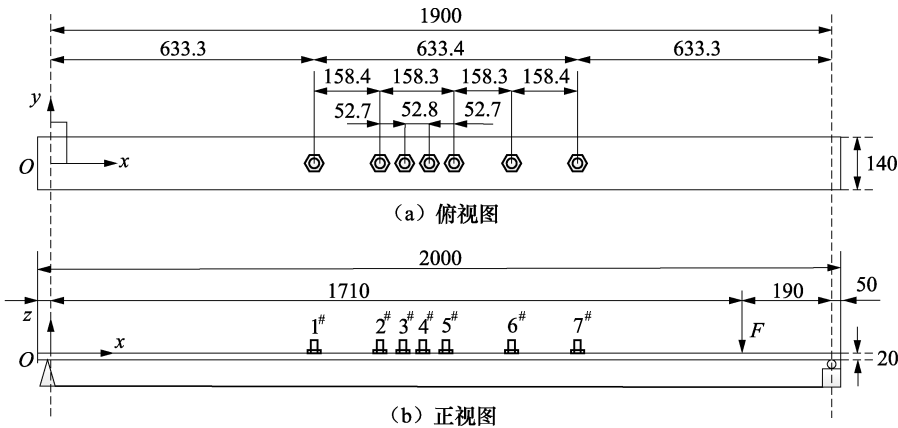


图 2 试验设计示意图(单位:mm)

Fig.2 Layout of the experiment design(unit: mm)



图 3 试验现场

Fig.3 Test site

验证过程是多次利用较大尺度有限元模型的动力响应作为边界条件,通过本文所提方法逐步逼近

求解测点 3 和测点 4 的动力响应,并与试验所测相同位置处的动力响应进行对比.采用 ANSYS 有限元软件中 Beam4 梁单元类型建立该简支钢梁较大尺度动力有限元分析模型,如图 5 所示.

逼近分析过程首先细化测点 1 至测点 7 间区域,利用测点 1 和测点 7 的动力响应作为边界条件,逼近求解测点 2、测点 5 和测点 6(测点 1 至测点 7 区域的四等分点)的动力响应;进而再利用测点 2 和测点 5 的动力响应作为边界条件,逼近求解测点 3 和测点 4(测点 2 至测点 5 区域的三等分点)的动力响应.分析过程如图 6 所示.

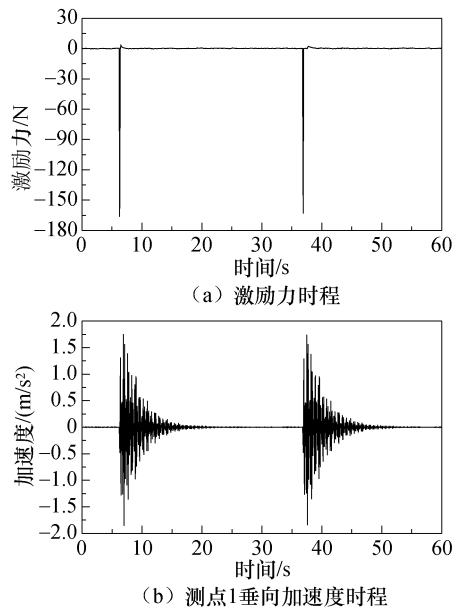


图 4 测试 1 中激励力和测点 1 的加速度时程
Fig.4 Exciting force and vertical acceleration time-history of measure point 1 under test 1

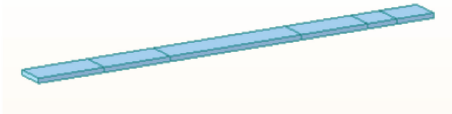


图 5 简支梁有限元模型示意图

Fig.5 Finite element model of simple-supported beam

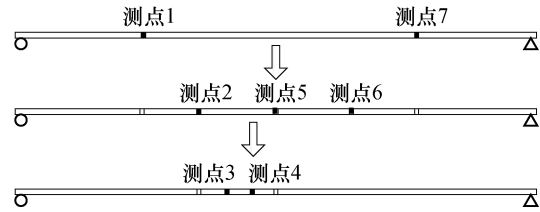


图 6 分析过程示意图

Fig.6 Schematic diagram of analysis processes

2.2 逼近分析与试验对比

利用 MATLAB 语言编辑梁单元有限元计算程序,局部坐标系下单元的刚度和质量矩阵详见文献[15].采用 Newmark- β 数值积分法求解,其中, α 和 β 是控制数值分析精度和稳定性的参数,当 α 取 0.25、 β 取 0.5 时,该方法无条件稳定.根据试验梁类型,为保证计算精度,选用 0.001 作为积分步长.提取较大尺度模型和首次细化模型的相关刚度、阻尼和质量矩阵,选取测点 1 和测点 7 的有限元计算结果作为逼近分析的边界条件,依照式(7)计算测点 2、测点 5 和测点 6 的动力响应,并与试验值进行对比.

限于篇幅原因,此处仅对比测点 2 垂向位移和加速度时程的逼近分析值与试验值,如图 7 和图 8

所示.在位移和加速度的对比中,逼近分析值和试验值的线形均非常相似,且极值出现的时间点相同.试验中,垂向位移、加速度极值分别为 2.679 7 mm 和 2.036 2 m/s^2 ,而逼近分析中,两者的极值分别为 2.758 8 mm 和 2.087 1 m/s^2 .逼近分析值比试验值分别增加 2.95% 和 2.50%.

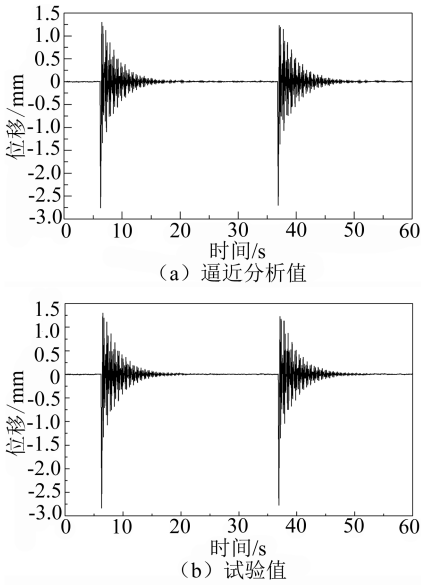


图 7 测点 2 垂向位移时程

Fig.7 Vertical displacement time-history of measure point 2

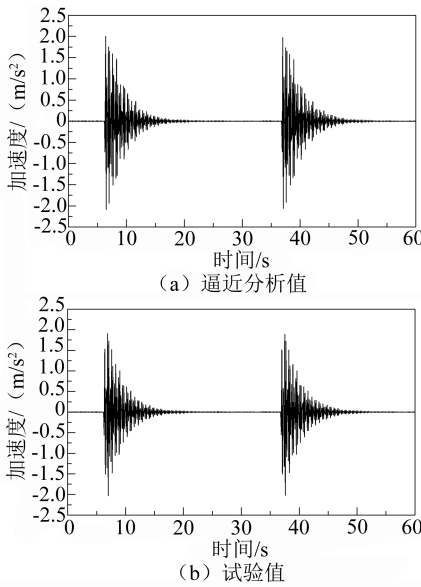


图 8 测点 2 垂向加速度时程

Fig.8 Vertical acceleration time-history of measure point 2

继续细化钢梁测点 2 至测点 5 间区域,建立模型,选取逼近分析所得测点 2 和测点 5 的分析值作为该次逼近分析的边界条件,求解测点 3 和测点 4 的动力响应.同上,此处仅对比测点 3 垂向位移和加

速度时程的逼近分析值与试验值,如图 9 和图 10 所示.与测点 2 对比情况相似,逼近分析值和试验值的线形非常相似,且在同一时间点出现极值.测点 3 的垂向位移计算值和试验值的极值分别为 2.938 0

mm 和 2.900 4 mm,计算值极值比试验值极值增加了 1.30%.垂向加速度的计算值和试验值的极值分别为 2.071 4 m/s² 和 2.060 0 m/s²,计算值极值比试验值极值依然增加,增幅为 0.55%.

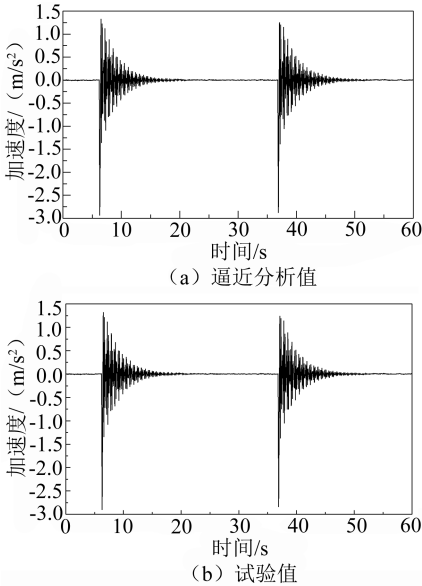


图 9 测点 3 垂向位移时程

Fig.9 Vertical displacement time-history of measure point 3

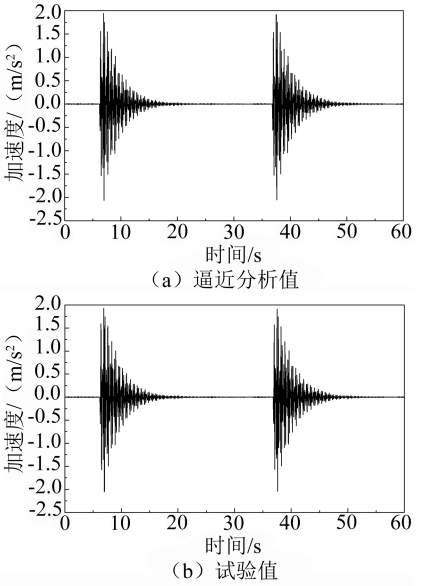


图 10 测点 3 垂向加速度时程

Fig.10 Vertical acceleration time-history of measure point 3

2.3 统计及说明

对 5 种测试下简直钢梁的动力响应分别进行有限元模拟和逼近分析,并与相应的试验值进行对比.

5 种测试中测点 3 和测点 4 的极值、极值误差及样本时程均方根的统计如表 1 所示.

从表 1 可以看出,在全部试验中垂向位移和加

表 1 各测试逼近分析统计表

Tab.1 Approximation analysis statistics under each test

分析阶段	测试编号	选取样本时段 / s	逼近分析极值		试验极值		极值误差		样本时程均方根	
			位移/mm	加速度/(m/s ²)	位移/mm	加速度/(m/s ²)	位移/%	加速度/%	位移/mm	加速度/(m/s ²)
测点 3 逼近分析	1	0~60	2.938 0	2.071 4	2.900 4	2.060 0	1.30	0.55	0.001 8	0.021 6
	2	0~60	1.055 2	1.836 5	1.014 5	1.756 1	4.01	4.58	0.015 1	0.020 6
	3	0~60	2.255 9	2.374 2	2.211 3	2.300 6	2.01	3.20	0.052 3	0.064 1
	4	0~60	1.826 5	2.016 1	1.801 3	2.011 7	1.40	0.22	0.063 7	0.046 5
	5	0~60	2.628 4	2.742 9	2.594 7	2.667 1	1.30	2.84	0.052 1	0.045 3
测点 4 逼近分析	1	0~60	2.961 2	2.087 1	2.924 1	2.036 2	1.27	2.50	0.058 1	0.033 1
	2	0~60	1.113 4	1.892 1	1.074 5	1.873 5	3.62	0.99	0.032 2	0.017 4
	3	0~60	2.315 6	2.275 4	2.231 7	2.213 1	3.76	2.82	0.074 6	0.055 1
	4	0~60	1.874 2	2.034 6	1.847 6	2.012 7	1.44	1.09	0.024 1	0.031 5
	5	0~60	2.827 7	2.554 6	2.796 1	2.435 1	1.13	4.91	0.061 2	0.072 2

速度的逼近分析值均大于试验值,其中最大极值误差为 4.91%.但位移和加速度的增大幅度并无明显规律.因测点 4 相比于测点 3 更靠近激励位置,故测点 4 的位移极值均较测点 3 偏大.同时,所有测试中位移和加速度时程均方根分别稳定在 0.1 mm 和 0.1 m/s² 范围之内,表明通过该逼近分析方法得到的计算值与试验值在整个分析时段内均非常接

近,分析结果可靠.

逼近分析值相对于试验值均略有增大的原因是,在进行有限元分析时,针对同一结构,逼近分析采用的精细模型是在既有模型的基础上,通过增加节点和单元建立的.因此,本质上精细模型与较大尺度模型是两个不同模型.模型越精细,就越趋近于真实结构,分析结果就越准确.不同尺度的模型是导致

结果存在微小差异的原因,而并非算法本身所致.

3 合理单元尺寸比分析

对于同一构件,不同的精细化程度对于逼近分析结果将会产生不同的影响.为确定合理的细化模型与较大尺度模型的单元尺寸比值范围,本部分仍采用等截面简支梁模型进行分析.模型梁主要计算参数如下:梁总长 40 m;密度为 7 850 kg/m³;弹性模量为 35 GPa;剪切模量为 15 GPa;梁体截面面积为 1 m²;扭转惯性矩为 1 m⁴;绕 y、z 轴的惯性矩分别为 1 m⁴、2 m⁴.

拟提取 3 号单元两侧节点的动力响应作为细化模型的边界条件,包含细化单元(3 号单元)的较大尺度有限元动力分析模型如图 11 所示.将 3 号单元先后精细化等分为 2、4、8、16、32、64、128、256 和 512 个单元,利用逼近分析方法,统一求解较大尺度模型中 3 号单元的中心位置处(距左侧支座 10 m 处)的动力响应.同时,为与各个尺度精细模型进行对比,按照各细化后单元尺寸分别建立全梁精细模型,施加同样的动力荷载时程进行分析.

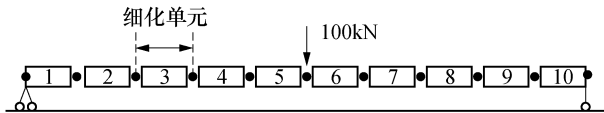


图 11 较大尺度有限元动力分析模型

Fig.11 Large-scale FEM for dynamic analysis

有限元计算中单元划分越精细,模型越接近实际情况,分析结果越准确,但计算规模同时相应增大.以最精细模型(全梁等分为 5120 份)目标节点的动力响应作为标准,图 12 为竖向位移和加速度极值误差与单元尺寸比的关系曲线,图 13 为不同精细化程度计算用时与单元尺寸比的关系曲线.

从图 12 可以看出,当单元尺寸比小于 32 时,位移和加速度极值误差均随着尺寸比的增加而逐渐变小;当尺寸比大于 32 之后,随着尺寸比的增大,误差

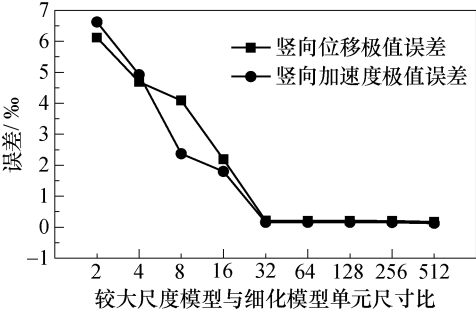


图 12 误差与单元尺寸比关系曲线

Fig.12 Relationship between different dimensional rates and error

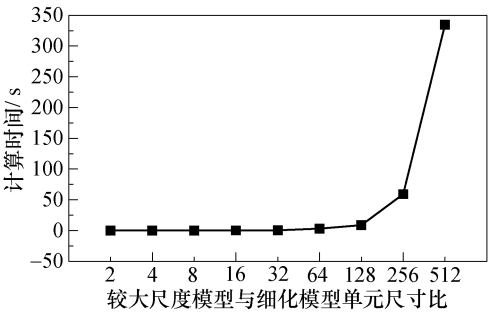


图 13 计算时间与单元尺寸比关系曲线

Fig.13 Relationship between different dimensional rates and calculation time

变小的趋势已不明显,维持在 1‰之内.说明随着较大尺度模型与细化模型单元尺寸比的增加,逼近分析的计算结果越来越接近于最精细模型的计算结果.从图 13 可知,随着单元尺寸比的增加,模型的计算时间呈指数型增长,特别是在尺寸比大于 128 之后,计算时间迅速出现较大增幅.综上,在不建立整体完全精细模型的情况下,本文所提的动态逼近分析方法能够实现对复杂结构体系局部振动的分析,同时满足较高的精度要求.

对于实际结构的动力分析,系统的自由度数目与模态阶数相对应,更加细化的模型能够反映更多的高阶模态信息,因此与实际结构更接近.计算时提取的振型越多,后续动力学分析的计算结果就越精确,但相应计算成本也越高.为寻求计算精度和计算规模的平衡,一般工程计算中要求各个方向上的有效参振质量达到模型总质量的 90% 以上即可.为将本文所提方法推广到其他单元类型,建议以模型细化部分在各个方向上的有效参振质量达到细化区域总质量 90% 以上,作为较大尺度模型与细化模型的合理单元尺寸比范围.当计算精度要求较高时,可以通过多次精细化逼近分析逐步达到目标精度要求.

4 结论

- 1) 提出了多尺度动态边界逼近分析方法,可应用于铁路钢桥复杂结构体系的局部振动问题.
- 2) 所提方法无需建立整体精细模型,只需针对目标区域细化处理,既节约计算成本,又能够满足不同分析层次需要.
- 3) 所提方法经模型试验验证,多次逼近分析迭代中,计算结果准确稳定.
- 4) 不同尺度的分析模型是导致结果存在微小差异的原因,而并非所提方法本身.
- 5) 当计算精度要求较高时,可以通过多次逼近逐步达到分析精度要求.

参考文献(References):

- [1] 李奇, 吴定俊, 邵长宇. 箱梁悬臂板局部振动特性及其对列车走行性影响[J]. 中国铁道科学, 2011, 32(1): 48—54.
LI Qi, WU Dingjun, SHAO Changyu. The local vibration of the box girder cantilever plate and its influence on the train running performance [J]. China Railway Science, 2011, 32(1): 48—54. (in Chinese)
- [2] 马牛静, 王荣辉, 韩强, 等. 正交异性钢桥面板局部振动分析[J]. 中国公路学报, 2012, 25(6): 88—93.
MA Niujing, WANG Ronghui, HAN Qiang, et al. Local vibration of orthotropic steel bridge decks [J]. China Journal of Highway and Transport, 2012, 25(6): 88—93. (in Chinese)
- [3] 赵欣欣, 刘晓光, 潘永杰, 等. 正交异性钢桥面板纵肋腹板与面板连接构造的疲劳试验研究[J]. 中国铁道科学, 2013, 34(2): 41—45.
ZHAO Xinxin, LIU Xiaoguang, PAN Yongjie, et al. Fatigue test study on the joint structure between the deck and longitudinal rib web of orthotropic steel bridge deck[J]. China Railway Science, 2013, 34(2): 41—45. (in Chinese)
- [4] 马建, 孙守增, 杨琦, 等. 中国桥梁工程学术研究综述·2014[J]. 中国公路学报, 2014, 27(5): 15—16.
MA Jian, SUN Shouzheng, YANG Qi, et al. Review on China's bridge engineering research: 2014 [J]. China Journal of Highway and Transport, 2014, 27(5): 15—16. (in Chinese)
- [5] 陈志文, 李兆霞, 卫志勇. 土木结构损伤多尺度并发计算方法及其应用[J]. 工程力学, 2012, 29(10): 205—210.
CHEN Zhiwen, LI Zhaoxia, WEI Zhiyong. Concurrent multi-scale computational method for damage analysis of civil structures [J]. Engineering Mechanics, 2012, 29(10): 205—210. (in Chinese)
- [6] 周萌, 宁晓旭, 聂建国. 系杆拱桥拱脚连接结构受力性能分析的多尺度有限元建模方法[J]. 工程力学, 2015, 32(11): 150—159.
ZHOU Meng, NING Xiaoxu, NIE Jianguo. Multi-scale fea modeling method for mechanical behavior analysis of arch feet on tied bridges [J]. Engineering Mechanics, 2015, 32(11): 150—159. (in Chinese)
- [7] LADEVEZE P, NOUY A, LOISEAU O. A multiscale computational approach for contact problems [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2002, 191(43): 4869—4891.
- [8] LI Z X, ZHOU T Q, CHAN T H T, et al. Multi-scale numerical analysis on dynamic response and local damage in long-span bridges [J]. Engineering Structures, 2007, 29(7): 1507—1524.
- [9] 徐伟, 李智, 张肖宁. 子模型法在大跨径斜拉桥桥面结构分析中的应用[J]. 土木工程学报, 2004, 37(6): 30—34.
XU Wei, LI Zhi, ZHANG Xiaoning. Application of sub-modeling method for analysis of deck structure of diagonal cable-stayed bridge with long span [J]. China Civil Engineering Journal, 2004, 37(6): 30—34. (in Chinese)
- [10] 孙正华, 李兆霞, 陈鸿天. 大型土木结构的结构行为一致多尺度模拟——模拟方法与策略[J]. 计算力学学报, 2009, 26(6): 886—892.
SUN Zhenghua, LI Zhaoxia, CHEN Hongtian. Concurrent multi-scale modeling of structural behavior for response analysis of large civil infrastructure—modeling methodology and strategy [J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2009, 26(6): 886—892. (in Chinese)
- [11] NGUYEN V P, STROEVEN M, SLUYS L J. Multi-scale failure modeling of concrete: micromechanical modeling, discontinuous homogenization and parallel computations [J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2012, 201—204: 139—156.
- [12] ANDRADE J E, AVILA C F, HALL S A, et al. Multi-scale modeling and characterization of granular matter: from grain kinematics to continuum mechanics [J]. Journal of the Mechanics and Physics of Solids, 2011, 59(2): 237—250.
- [13] LI Z X, JIANG F F, TANG Y Q. Multi-scale analyses on seismic damage and progressive failure of steel structures [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2012, 48(1): 1358—1369.
- [14] 田园, 张楠, 夏禾. 正交异性板桥面体系多尺度动态边界逼近方法[J]. 桥梁建设, 2015, 45(4): 100—106.
TIAN Yuan, ZHANG Nan, XIA He. Multi-scale dynamic boundary approximation method for orthotropic plate bridge decking [J]. Bridge Construction, 2015, 45(4): 100—106. (in Chinese)
- [15] 翟婉明, 夏禾. 列车-轨道-桥梁动力相互作用理论与工程应用 [M]. 北京: 科学出版社, 2011.
ZHAI Wanming, XIA He. Train-track-bridge dynamic interaction: theory and engineering application [M]. Beijing: Science Press, 2011. (in Chinese)