

考虑 SD 效应及初始缺陷影响的钢压杆 弹塑性稳定分析

李 斌^{1,2}, 李传习², 刘雪松², 张玉平²

(1.湖南理工学院 土木建筑工程学院,湖南 岳阳 414006;2.长沙理工大学 土木与建筑学院,长沙 410076)

摘 要:考虑钢压杆一般存在初变形和初偏心等初始缺陷及钢材拉压强度的差异,基于 Ježek 法推导在轴向偏心荷载作用下钢压杆弹塑性失稳破坏时的极限荷载公式.通过探讨 SD 效应、长细比及初始缺陷等因素对钢压杆弹塑性失稳破坏极限荷载的影响规律,拟合得到了两端简支的矩形截面钢压杆弹塑性极限荷载近似计算公式;所得解析理论与近似计算公式可以蜕化求解带初弯曲的轴压构件、带初偏心的压杆、理想的中心受压杆及压弯构件考虑 SD 效应时的弹塑性极限荷载.分析结果表明:考虑 SD 效应时钢压杆的弹塑性稳定极限荷载提高 10.5%~12.2%.因此,在实际工程中考虑 SD 效应可以使钢压杆的强度得以充分发挥.

关键词:钢压杆;极限荷载;弹塑性稳定;SD 效应;初始缺陷;公式拟合

中图分类号:TU391 **文献标志码:**A

Elastic-plastic stability analysis of steel compression members considering SD effect and initial defects

LI Bin^{1,2}, LI Chuanxi², LIU Xuesong², ZHANG Yuping²

(1.College of Civil Engineering & Architectural, Hunan Institute of Science and Technology, Yueyang Hunan 414006,China; 2.School of Civil Engineering and Architectural, Changsha University of Science & Technology, Changsha 410076,China)

Abstract:Considering the initial imperfections of steel compression members, such as initial deformation and initial eccentricity, and the difference of tension and compression strength of steel, the formula for calculating ultimate load of steel compression members under elastic-plastic buckling failure caused by axial eccentric load is derived by the Ježek method. The approximate calculation formula of elastic-plastic ultimate load of a rectangular section steel compression member with two ends simply supported is obtained through studying the influences of strength difference (SD) effect, slenderness and initial defects on ultimate load of elastic-plastic buckling failure of steel compression members. The analytical solution and approximate calculation formula in this

收稿日期:2016-05-18

基金项目:国家重点基础研究发展计划(973 计划)(2015CB057701,2015CB057702);国家自然科学基金(51378080);湖南省教育厅科学研究项目(15C0623);湖南省大学生研究性学习和创新性实验计划项目(湘教通[2015]269 号)

Foundation item: National Basic Research Program of China (973 Program) (2015CB057701, 2015CB057702); National Natural Science Foundation of China(51378080); Scientific Research Project of the Education Department of Hunan Province(15C0623)

第一作者:李斌(1981—),男,浙江绍兴人,副教授,博士生,研究方向为钢结构设计与理论.email: Leebin2009@126.com.

引用格式:李斌,李传习,刘雪松,等. 考虑 SD 效应及初始缺陷影响的钢压杆弹塑性稳定分析[J].北京交通大学学报,2017, 41(3): 90—95.
LI Bin, LI Chuanxi, LIU Xuesong, et al. Elastic-plastic stability analysis of steel compression members considering SD effect and initial defects[J].Journal of Beijing Jiaotong University, 2017, 41(3):90—95.(in Chinese)

paper can be used to solve the elastic-plastic limit load of the steel compression members with initial bending, steel compression members with initial eccentric, ideal center compression members or beam-columns considering SD effect. The results show that the elastic-plastic ultimate load of steel compression members increases by 10.5%~12.2% when SD effect is considered. Therefore, the strength of steel compression members can be fully played when SD effect is considered in practical engineering.

Keywords: steel compression member; ultimate load; elastic-plastic stability; SD effect; initial defect;formular fitting

钢结构受压杆件和受压柱被广泛应用于土木工程的各个领域,如桁架桥的弦杆、网架中的杆件、工业厂房及海上钻井平台的立柱等,这些杆件由于长细比较大,容易引起弹性或弹塑性失稳.其中,以小挠度弯曲近似理论为基础的 Euler 公式,很好地解决了各种边界条件下等截面理想压杆的弹性稳定问题^[1],并得到了广泛的工程应用^[2].基于梁段挠曲线近似微分方程解析解的传递矩阵法^[3],基于变截面压杆与等截面压杆两者弯曲应变能、顶点位移等效的等效刚度法^[4],基于压杆临界荷载、失稳模态与轴向振动主频率、主模态一致,进行 Ritz 展开的模式摄动法^[5]及基于几何非线性有限元理论的数值分析法^[6]等方法也为变截面压杆弹性稳定临界荷载的求解提供了多种有效途径.而切线模量理论、割线模量理论、Jeřek 法^[7-9]和 Shanley 模型^[10]等近似方法和力学分析模型的提出及应用使得压杆弹塑性失稳时极限荷载的计算分析得以开展和简化.其中,基于失稳截面静力平衡的 Jeřek 法具有力学概念清晰和简便易行的优点,将其用于求解受压、压弯等受力构件的弹塑性稳定性可以得到精确度较高的近似理论解.文献[7-9]利用 Jeřek 法计算矩形、工字型及空心方管等截面压弯构件碳纤维片加固前后弹塑性失稳破坏时的极限荷载,并考虑了初弯曲^[9]的影响.尹一平等^[11]根据 Jeřek 的思想结合中国铁路桥梁钢结构设计规范计算了无初始残余应力箱形截面杆件压溃荷载的近似计算公式.这些研究成果证明了该方法的简便性、有效性和精确性.

但是文献[12-13]等研究成果表明,塑性材料的压缩和拉伸屈服极限存在明显差异,对结构的应力和应变等力学性能有一定影响.压缩与拉伸屈服极限之比 γ 一般为 1~4/3,这种强度差异简称 SD (strength difference) 效应.文献[14]考虑 SD 效应利用对称性对两端固支超静定梁的弹塑性全过程进行了分析,获得了极限荷载.文献[15]分析了拉压强度不同的厚壁球壳的加载应力、残余应力及安定极限.文献[16]对内外压力作用下的厚壁筒进行了应

力分析,证明了材料拉压性能的差异对厚壁筒的轴向应力和环向应力有一定的影响,拉压强度不同的材料不能简化成无体积变化的材料.上述研究主要针对 SD 效应对结构强度及刚度的影响进行分析,对弹塑性稳定性能影响的研究及应用目前鲜有报道.

本文作者基于 Jeřek 法,建立了考虑 SD 效应影响时失稳截面受压区单侧塑性屈服、受压受拉双侧塑性屈服 2 种失稳模式,利用静力平衡条件、变形协调条件及极值条件推导弹塑性失稳极限荷载.在对 SD 效应、长细比、初始缺陷、屈服强度等参数影响规律分析的基础上,实现了两端简支矩形截面钢压杆弹塑性极限荷载近似计算公式的拟合.

1 考虑 SD 效应的弹塑性极限荷载

1.1 基本假定

具有初始缺陷的理想弹塑性矩形截面钢压杆,两端铰支,长为 l . 杆件初始变形按照一阶屈曲模态假设,即初始几何变形曲线 $y_0 = v_0 \sin(\pi x/l)$, v_0 为初始变形.偏心荷载 F , 偏心距 e 作用下的变形曲线为 $y_1 = v_1 \sin(\pi x/l)$, 如图 1 所示.

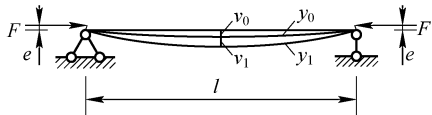


图 1 偏心钢压杆变形曲线

Fig.1 Deformation curves of an eccentric steel compression member

1.2 受压侧出现塑性区

轴向偏心荷载作用下,图 1 所示钢压杆弹塑性失稳时截面的应变沿截面高度分布符合平截面假定,应力、应变分布情况如图 2 所示.

图中 b 和 h 分别为截面的高和宽;阴影部分表示塑性受压区, ϵ_y 和 f_y 分别为构件受拉屈服时的应变和屈服强度, $f_y = E\epsilon_y$; ϵ_t 和 σ_t 分别为截面受拉区下缘的应变和应力, $\sigma_t = E\epsilon_t$; E 为材料的弹性模量; γ 为压缩与拉伸屈服强度之比; φ 为失稳截面

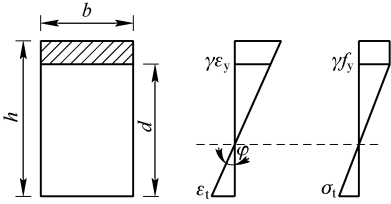


图 2 受压区单侧屈服时的应变和应力

Fig.2 Strain and stress of the section yielded in compression

的曲率; d 为截面的弹性核高度。

由静力平衡条件可得失稳截面 $x = l/2$ 处轴力 F 和弯矩 M 分别为

$$F = bh\gamma f_y - \frac{bd}{2}(\gamma f_y + \sigma_t) \quad (1)$$

$$M = bd(\gamma f_y + \sigma_t)\left(\frac{h}{4} - \frac{d}{6}\right) = F(e + v_0 + v_1) \quad (2)$$

由截面的曲率

$$-y''(x) = \frac{v_1 k(x)}{E} = \frac{\gamma f_y + \sigma_t}{Ed} \quad (3)$$

解得:

$$\sigma_t = k(x)v_1 d - \gamma f_y \quad (4)$$

式中: $k(x) = \frac{E\pi^2}{l^2} \sin(\frac{\pi x}{l}) = k_0 \sin(\frac{\pi x}{l})$ 。

将式(4)分别代入式(2)和式(1), 且 $x = l/2$, 得:

$$F(e + v_0 + v_1) = -\frac{bk_0 v_1 d^3}{6} + \frac{hb k_0 v_1 d^2}{4} \quad (5)$$

$$d = \sqrt{\frac{2(bh f_y - F)}{bk(x)v_1}} \quad (6)$$

式(5)两边对 v_1 求导, 并注意极值条件 $\frac{dF}{dv_1} = 0$, 可得:

$$F = \frac{bk_0 d^2}{2}\left(-\frac{d}{3} + \frac{h}{2}\right) + \frac{bk_0 v_1 d}{2}(h - d) \frac{dd}{dv_1} \quad (7)$$

联立式(5)、式(6)和式(7)可求得钢压杆中点截面处单侧出现塑性区时弹塑性失稳的极限荷载 F_u 。

1.3 受压、受拉双侧出现塑性区

当截面下表面应力 σ_t 逐渐增大到与 f_y 相等时, 截面受拉侧也将达到屈服极限, 即受压与受拉侧均出现塑性区。此时, $x = l/2$ 截面处的应变和应力示意图如图 3 所示。其中, c 表示截面受拉侧塑性区高度。

同理, 由静力平衡条件可得:

$$F = \gamma f_y b h - \frac{bd}{2}(\gamma + 1)f_y + (\gamma + 1)f_y b c \quad (8)$$

$$M = F(e + v_0 + v_1) =$$

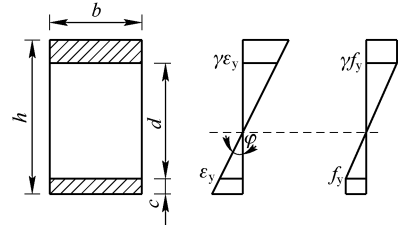


图 3 双侧屈服时的应变和应力

Fig.3 Strain and stress of the section yielded in compression and tension

$$\begin{aligned} & \frac{bd}{2}(\gamma + 1)f_y\left(\frac{h}{2} - \frac{d}{3} - c\right) + \\ & bc(\gamma + 1)f_y\left(\frac{h}{2} - \frac{c}{2}\right) \end{aligned} \quad (9)$$

由式(3)可知, 此时失稳截面的曲率满足条件

$$\frac{v_1 k_0}{E} = \frac{\gamma f_y + f_y}{Ed} \quad (10)$$

即

$$d = \frac{(\gamma + 1)f_y}{k_0 v_1} \quad (11)$$

将式(11)代入式(8)中得:

$$c = a - \frac{d}{2} \quad (12)$$

其中 $a = \frac{\gamma f_y b h - F}{(\gamma + 1)f_y b}$ 。

将式(11)和式(12)代入式(9)可得:

$$F(e + v_0 + v_1) = (\gamma + 1)b f_y \left(-\frac{1}{24}d^2 + \frac{ha}{2} - \frac{a^2}{2}\right) \quad (13)$$

式(13)两边对 v_1 求导, 注意极值条件 $\frac{dF}{dv_1} = 0$,

可得:

$$F = -\frac{(\gamma + 1)db f_y}{12} \frac{dd}{dv_1} \quad (14)$$

由式(11)得:

$$\frac{dd}{dv_1} = -\frac{(\gamma + 1)f_y}{k(x)v_1^2} \quad (15)$$

将式(11)和式(15)代入式(14)中可得:

$$F = \frac{(\gamma + 1)^3 b f_y^3}{12 v_1^3 k_0^2} \quad (16)$$

联立式(11)、式(12)、式(13)和式(16)可以求得钢压杆中点截面处双侧出现塑性区时弹塑性失稳的极限荷载值 F_u 。

1.4 钢压杆的弹塑性极限荷载

计算钢压杆弹塑性极限荷载时, 首先假设钢压杆单侧出现塑性区, 联立式(5)、式(6)和式(7)求得钢压杆中点截面处单侧出现塑性区时弹塑性失稳的极限荷载 F_u 和挠度 v_1 。

将 F_u, v_1 回代式(4)和式(6),若受拉区下边缘应力满足

$$\sigma_t = k(x)v_1d - \gamma f_y \leq f_y \tag{17}$$

即 $k(x)v_1d/f_y \leq 1 + \gamma \tag{18}$

则钢压杆仅受压侧出现塑性区.反之,钢压杆受拉侧已经进入塑性状态,应联立式(11)~式(13)及式(16)求解钢压杆弹塑性失稳的极限荷载 F_u .

2 参数分析与公式拟合

某理想弹塑性钢压杆长 $l = 8\text{ m}$,横截面宽 $b = 0.1\text{ m}$,高 $h = 0.2\text{ m}$,偏心距为 e ,初始变形最大挠度为 v_0 ,弹性模量 $E = 206\text{ GPa}$.为表述方便,令 $p_1 = v_0/l \times 10^3, p_2 = (e + v_0)/l \times 10^3$.

2.1 极限荷载影响参数分析

由解析理论可知,初偏心距 e 与最大初始变形 v_0 的大小对钢压杆弹塑性稳定极限荷载的影响作用一致.在下面的分析中,取偏心距 $e = 0.038\text{ m}$,分别计算不同最大初始变形 v_0 及压缩与拉伸屈服极限之比 γ 的钢压杆弹塑性稳定极限荷载、中点处挠度、弹性核高度、受拉侧出现塑性区分界点及失稳截面塑性区分布情况,令 $p_1 = v_0/l \times 10^3$.计算结果分别列于表 1~表 4.

表 1 极限荷载 F_u 的计算结果

Tab.1 Calculation results of ultimate load F_u kN

γ	p_1						
	0	2	4	6	8	10	12
1.0	1 313	1 171	1 064	980	908	846	793
1.3	1 451	1 310	1 194	1 098	1 017	947	886

表 2 中点挠度 v_1 的计算结果

Tab.2 Calculation results of deflection v_1 at the midpoint mm

γ	p_1						
	0	2	4	6	8	10	12
1.0	73.3	82.4	90.5	95.7	98.1	100.4	102.6
1.3	94.3	99.9	103.0	105.9	108.7	111.3	113.7

表 3 弹性核高度 d 的计算结果

Tab.3 Calculation results of hight d of the elastic core mm

γ	p_1						
	0	2	4	6	8	10	12
1.0	170.5	164.2	159.0	154.7	150.8	147.3	144.1
1.3	176.3	170.4	165.2	160.7	156.6	152.9	149.6

由表 1~表 3 可知,随着初始变形 v_0 增大,初始缺陷引起的弯矩对截面内力的贡献增大,使得失稳截面更容易进入双侧塑性状态.导致极限荷载值和

失稳截面的弹性核高度减小,中点挠度增大,这与材料的工作性能相符合.

表 4 中, γ 从 1 增加到 1.3 的过程中,失稳截面由单侧塑性状态进入双侧塑性状态的分界点分别为 5、4.125、3.375、2.625、1.875、1.25、0.625.由表 1~表 4 分析可得,考虑 SD 效应的影响时,受压区的屈服强度提高,相对 $\gamma = 1.0$ 而言,受拉区进入塑性状态的分界点提前,说明材料更容易进入双侧塑性状态.此时,构件极限荷载提高 10.5%~12.2%,中点挠度增大 10.8%~28.6%,相应的弹性核高度的增幅稳定在 3.8%左右,可见材料潜能得以进一步发挥.

表 4 失稳截面塑性区分布情况

Tab.4 Distribution of plastic zone in instability section

γ	p_1						
	0	2	4	6	8	10	12
1.00	单侧	单侧	单侧	双侧	双侧	双侧	双侧
1.05	单侧	单侧	单侧	双侧	双侧	双侧	双侧
1.10	单侧	单侧	双侧	双侧	双侧	双侧	双侧
1.15	单侧	单侧	双侧	双侧	双侧	双侧	双侧
1.20	单侧	双侧	双侧	双侧	双侧	双侧	双侧
1.25	单侧	双侧	双侧	双侧	双侧	双侧	双侧
1.30	单侧	双侧	双侧	双侧	双侧	双侧	双侧

图 4~图 7 分别表示压缩与拉伸屈服极限之比 γ 、长细比 λ 、初始缺陷 $e + v_0$ 及拉伸屈服极限 f_y 对构件极限荷载值的影响.构件的极限荷载值随 γ 增大呈线性增大;随初始缺陷及长细比 λ 的增大都呈幂指数级大幅减小;随拉伸屈服极限 f_y 的增大呈幂指数增大.

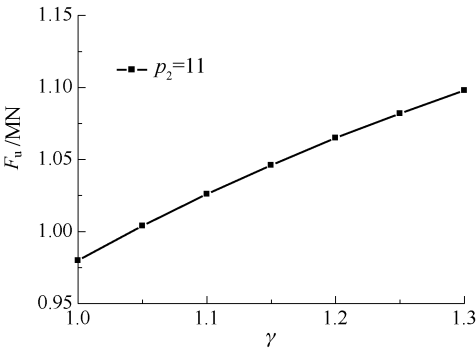


图 4 γ 值对极限荷载的影响

Fig.4 Influence of γ on ultimate load

2.2 极限荷载公式拟合

基于上述各种参数的影响规律分析,对长细比、压缩与拉伸屈服极限之比、初始缺陷及拉伸屈服强度等进行多元回归,拟合得到两端简支矩形截面偏心钢压杆极限荷载 F_u 的近似计算公式

$$F_u = A \times 10^{-3} \frac{(\gamma + B)}{\lambda^C} \left(\frac{e + v_0}{l \times 10^{-3}} + 1 \right)^D E b h \sqrt{\frac{f_y}{235}} \tag{19}$$

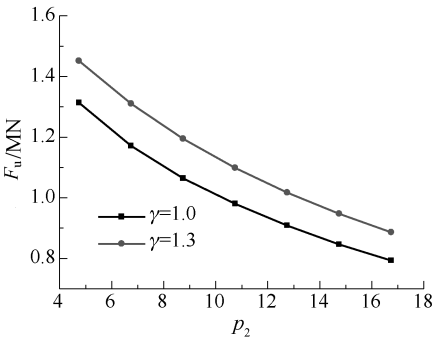


图 5 初始缺陷对极限荷载的影响

Fig.5 Influence of initial defects on ultimate load

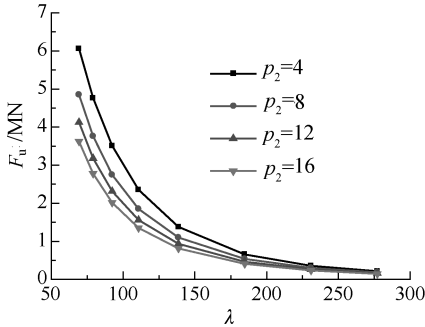


图 6 长细比对极限荷载的影响

Fig.6 Influence of slenderness ratios on ultimate load

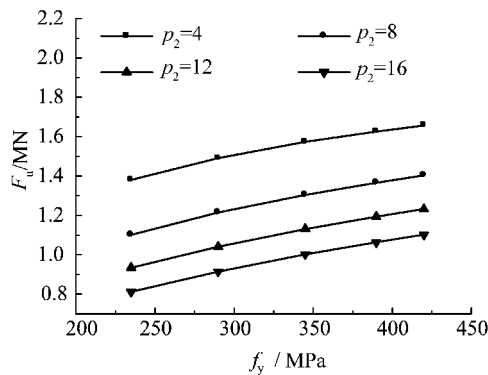


图 7 f_y 对极限荷载的影响

Fig.7 Influence of f_y on ultimate load

参数 A 、 B 、 C 、 D 可由表 5 确定。

2.3 计算理论及近似公式的参数分析

1) 设 e 、 v_0 或 $e + v_0$ 等于 0, 本文计算理论及近似公式可以分别求解带初弯曲的轴压构件、带初偏心的压杆及理想的中心受压杆考虑 SD 效应时的弹塑性极限荷载。

2) 设极限荷载作用下, 由初偏心距和初始变形引起的弯矩 $F(e + v_0) = M_0$, 即令式(5)、式(13)或式(19)中 $e + v_0 = M_0 / F$, 则本文计算理论及近似公式同样适用于考虑 SD 效应时压弯构件弹塑性失稳极限荷载的计算。

以文献[7]某承受初始弯矩 M_0 的矩形压弯钢

柱为例, 计算弹塑性失稳时的极限荷载, 计算结果列于表 6。由表 6 可见, 当不计 SD 效应影响时, 本文解析理论计算结果与文献[7]完全一致; 近似公式精度较高, 计算得到的极限荷载与解析解相比最大仅差 2.82%。因此, 可以验证本文结果的正确性。

表 5 参数 A 、 B 、 C 、 D 取值

Tab.5 Values of parameter A , B , C and D

λ	参数	p_2			
		0.5~3.0	3.0~10.0	10.0~25.0	25.0~100.0
50	A	11.309 7	27.331 9	75.398 2	241.902 6
	B	0.546 7	0.576 7	0.509 1	0.799 4
	C	0.635 1	0.820 0	0.951 0	1.090 9
	D	-0.330 6	-0.403 4	-0.551 2	-0.765 9
100	A	213.628 3	257.610 6	289.026 5	370.707 9
	B	5.628 3	1.728 5	1.251 9	1.441 5
	C	1.600 9	1.425 6	1.323 1	1.264 4
	D	-0.284 2	-0.398 8	-0.563 1	-0.747 7
150	A	306.305 3	464.955 7	402.123 8	392.699 1
	B	9.190 2	3.032 2	2.242 4	2.057 8
	C	1.767 7	1.635 6	1.478 6	1.347 3
	D	-0.226 9	-0.347 8	-0.530 0	-0.709 6
200	A	336.150 4	449.247 7	392.699 1	370.707 9
	B	17.081 0	5.634 3	3.625 1	2.656 1
	C	1.903 1	1.738 4	1.564 2	1.396 0
	D	-0.169 8	-0.293 3	-0.480 9	-0.668 9

表 6 极限荷载 F_u 的计算结果

Tab.6 Calculation results of ultimate load F_u kN

方法	γ	$M_0 / (\text{kN} \cdot \text{m})$			
		10	50	100	150
文献[7]	1.0	1 899	1 311	845	444
本文解	1.0	1 899	1 311	845	444
析理论值	1.3	1 968	1 501	1 049	628
本文	1.0	1 884	1 274	832	437
近似公式	1.3	1 977	1 478	1 055	631

3 结论

1) 考虑 SD 效应对提高钢压杆的极限承载力有着明显的作用。随着压缩与拉伸屈服极限之比 γ 值的增大, 钢压杆双侧相对提前出现塑性区, 极限荷载值呈线性增长。因此, 在工程实际中考虑 SD 效应有助于充分发挥材料的强度。

2) 初偏心距与最大初始变形的大小对钢压杆工作性能的影响作用一致。两种初始缺陷和长细比对钢压杆的极限承载力的影响很大。初始缺陷的增大使得构件的极限承载力和弹性核高度明显的下降, 构件中点的挠度值明显增大。另外, 构件的极限荷载值随着钢压杆长细比 λ 值的增大急剧下降, 随着拉伸屈服极限 f_y 的增大小幅度增大。

3) 本文解析理论及近似公式具有广泛的适用

性,可以求解带初弯曲的轴压构件、带初偏心的压杆、理想的中心受压杆及压弯构件考虑 SD 效应时的弹塑性极限荷载。

参考文献 (References):

- [1] TIMOSHENKO S P, GERE J M. Theory of elastic stability[M].Tokyo: McGrawHill-Kogakusha Ltd, 1961: 46—100.
- [2] 钢结构设计规范:GB 50017—2015[S].北京:中国计划出版社,2015.
Code for design of steel structures:GB 50017—2015[S]. Beijing: China Planning Press,2015. (in Chinese)
- [3] 刘庆潭.含锥形变截面压杆稳定计算的传递矩阵法[J].计算结构力学及应用,1996,13(3):364—368.
LIU Qingtan. The method of transfer matrix of calculation on stability of compressed bar with variable section [J]. Computational Structural Mechanics and Applications,1996,13(3):364—368. (in Chinese)
- [4] 吴亚平.变截面压杆稳定计算的等效刚度法[J].力学与实践,1994, 16(1):58—60.
WU Yaping. The equivalent stiffness method for stability of variable cross-section compression bars[J]. Mechanics in Engineering, 1994, 16(1): 58—60. (in Chinese)
- [5] 楼梦麟,李建元.变截面压杆稳定问题半解析解[J].同济大学学报(自然科学版),2004,32(7):857—860.
LOU Menglin, LI Jianyuan. Semi-analytical approach for stability of variable cross-section compression bars [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2004,32(7):857—860. (in Chinese)
- [6] LI Guoqiang, LI Jinjun.Effects of shear deformation on the effective length of tapered columns with I-section for steel portal frames[J]. Structural Engineering and Mechanics,2000, 10(5): 479—489.
- [7] 杨刚,王海滨,张爱锋,等.碳纤维增强压弯构件弹塑性失稳解析解[J].工程力学,2007,24(5):53—57.
YANG Gang, WANG Haibin, ZHANG Aifeng, et al. Analytical solution of elastic-plastic buckling of member wrapped by carbon fibre under the axial compressive load and bending moment[J]. Engineering Mechanics, 2007,24(5):53—57. (in Chinese)
- [8] NIU Peng, YANG Gang, GONG Benqi, et al. Analytical solution of elastic-plastic buckling of a H-shaped steel column under axial compressive load and bending moment [J]. Key Engineering Material, 2010, 417/418: 857—860.
- [9] 钮鹏,金春福.几何缺陷影响下的 CFRP-方钢管极限承载力解析解[J].工程力学,2015,32(增 1):322—326.
NIU Peng, JIN Chunfu. Analytical solutions on ultimate bearing capacity of a square CFRP-steel tube member with initial imperfection [J]. Engineering Mechanics, 2015,32(S1):322—326. (in Chinese)
- [10] 李国强,陈琛.火灾下轴向约束钢柱性能的 Shanley 理论模拟[J].同济大学学报(自然科学版),2013,41(4): 491—495.
LI Guoqiang, CHEN Chen. Theoretical simulation of axial restrained steel column in fire with Shanley model [J]. Journal of Tongji University (Natural Science), 2013,41(4):491—495. (in Chinese)
- [11] 尹一平,方秦汉.箱形杆件压溃荷载近似计算[J].华中科技大学学报(城市科学版),2008,25(3):128—131.
YIN Yiping, FANG Qinhan. Approximate calculation on ultimate carrying capacity of column with box section[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology (Urban Science Edition),2008,25(3): 128—131. (in Chinese)
- [12] CASEY J, JAHEDMOTLAGH H. The strength-differential effects in plasticity[J].International Journal of Solids and Structures, 1984, 20(4):377—393.
- [13] LIANG Yaping, WANG Huizhen, REN Xingmin. Elastic-plastic limit analysis of combination cylinders made of SD effect materials based on unified strength theory[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2008, 38(4):364—368.
- [14] 李斌,韦成龙,李传习.集中荷载作用下两端固支梁考虑 SD 效应的极限荷载分析[J].重庆交通大学学报(自然科学版), 2014,33(3):6—10.
LI Bin, WEI Chenglong, LI Chuanxi. Limit load of the beam fixed at two ends under concentrated load considering SD effect[J]. Journal of Chongqing Jiaotong University (Natural Science), 2014,33(3):6—10. (in Chinese)
- [15] 徐栓强,俞茂宏.拉压强度不同材料厚壁球壳的安定性分析[J].机械设计与制造,2005(1):36—37.
XU Shuanqiang, YU Maohong. Shakedown analysis of thick spherical shell of material with different strength in tension and compression[J]. Machinery Design & Manufacture, 2005(1):36—37. (in Chinese)
- [16] 阮澍铭.拉压性能不同材料全量型本构关系及厚壁筒的应力分析[J].力学季刊,2003,24(3):423—427.
RUAN Shuming. Constitutive equation of deformation theory for materials with different behaviors in tension and compression and stress analysis of thick-walled tube[J]. Chinese Quarterly of Mechanics,2003,24(3): 423—427. (in Chinese)